绝密★启用前

试卷类型：A

2023年普通高等学校招生全国统一考试

新课标Ⅰ卷数学

本试卷共4页，22小题，满分150分.考试用时120分钟.

注意事项：

1．答题前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上.将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上.

3．非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答的答案无效.

4．考生必须保持答题卡的整洁.考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合$M=\{-2,-1,0,1,2\}$，$N=\{x|x^2-x-6\geq 0\}$，则$M\cap N=$（　　）

A. $\{-2,-1,0,1\}$　　B. $\{0,1,2\}$　　C. $\{-2\}$　　D. 2

2. 已知$z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{2+2\mathrm{i}}$，则$z-\bar{z}=$（　　）

A. $-\mathrm{i}$　　B. i　　C. 0　　D. 1

3. 已知向量$\vec{a}=(1,1),\vec{b}=(1,-1)$，若$(\vec{a}+\lambda\vec{b})\perp(\vec{a}+\mu\vec{b})$，则（　　）

A. $\lambda+\mu=1$　　B. $\lambda+\mu=-1$

C. $\lambda\mu=1$　　D. $\lambda\mu=-1$

4. 设函数$f(x)=2^{x(x-a)}$在区间$(0,1)$上单调递减，则a的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,-2]$　　B. $[-2,0)$

C. $(0,2]$　　D. $[2,+\infty)$

5. 设椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1), C_2:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 的离心率分别为 e_1,e_2．若 $e_2=\sqrt{3}e_1$，则 $a=$（　　）

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{6}$

6. 过点 $(0,-2)$ 与圆 $x^2+y^2-4x-1=0$ 相切的两条直线的夹角为 α，则 $\sin\alpha=$（　　）

A. 1　　B. $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$　　C. $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

7. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，设甲：$\{a_n\}$ 为等差数列；乙：$\{\dfrac{S_n}{n}\}$ 为等差数列，则（　　）

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

8. 已知 $\sin(\alpha-\beta)=\dfrac{1}{3}, \cos\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{6}$，则 $\cos(2\alpha+2\beta)=$（　　）.

A. $\dfrac{7}{9}$　　B. $\dfrac{1}{9}$　　C. $-\dfrac{1}{9}$　　D. $-\dfrac{7}{9}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 有一组样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_6$，其中 x_1 是最小值，x_6 是最大值，则（　　）

A. x_2,x_3,x_4,x_5 的平均数等于 $x_1,x_2,\cdots,x_6$ 的平均数

B. x_2,x_3,x_4,x_5 的中位数等于 $x_1,x_2,\cdots,x_6$ 的中位数

C. x_2,x_3,x_4,x_5 的标准差不小于 $x_1,x_2,\cdots,x_6$ 的标准差

D. x_2,x_3,x_4,x_5 的极差不大于 $x_1,x_2,\cdots,x_6$ 的极差

10. 噪声污染问题越来越受到重视．用声压级来度量声音的强弱，定义声压级 $L_p=20\times\lg\dfrac{p}{p_0}$，其中常数

$p_0\left(p_0>0\right)$是听觉下限阈值，p 是实际声压．下表为不同声源的声压级：

声源	与声源的距离/m	声压级/dB
燃油汽车	10	$60 \sim 90$
混合动力汽车	10	$50 \sim 60$
电动汽车	10	40

已知在距离燃油汽车、混合动力汽车、电动汽车$10\mathrm{m}$处测得实际声压分别为p_1, p_2, p_3，则（　　）．

A. $p_1 \geq p_2$

B. $p_2>10 p_3$

C. $p_3=100 p_0$

D. $p_1 \leq 100 p_2$

11. 已知函数$f\left(x\right)$的定义域为$\mathbf{R}$，$f\left(xy\right)=y^2 f\left(x\right)+x^2 f\left(y\right)$，则（　　）．

A. $f\left(0\right)=0$

B. $f\left(1\right)=0$

C. $f\left(x\right)$是偶函数

D. $x=0$为$f\left(x\right)$的极小值点

12. 下列物体中，能够被整体放入棱长为 1（单位：m）的正方体容器（容器壁厚度忽略不计）内的有（　　）

A. 直径为$0.99\mathrm{m}$的球体

B. 所有棱长均为$1.4\mathrm{m}$的四面体

C. 底面直径为$0.01\mathrm{m}$，高为$1.8\mathrm{m}$的圆柱体

D. 底面直径为$1.2\mathrm{m}$，高为$0.01\mathrm{m}$的圆柱体

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. 某学校开设了 4 门体育类选修课和 4 门艺术类选修课，学生需从这 8 门课中选修 2 门或 3 门课，并且每类选修课至少选修 1 门，则不同的选课方案共有________种（用数字作答）．

14. 在正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=2, A_1B_1=1, AA_1=\sqrt{2}$，则该棱台的体积为________．

15. 已知函数$f\left(x\right)=\cos\omega x-1(\omega>0)$在区间$\left[0,2\pi\right]$有且仅有 3 个零点，则$\omega$的取值范围是________．

16. 已知双曲线$C: \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$的左、右焦点分别为$F_1, F_2$．点 A 在$C$上，点$B$在$y$轴上，$\overrightarrow{F_1A} \perp \overrightarrow{F_1B}, \overrightarrow{F_2A}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2B}$，则$C$的离心率为________．

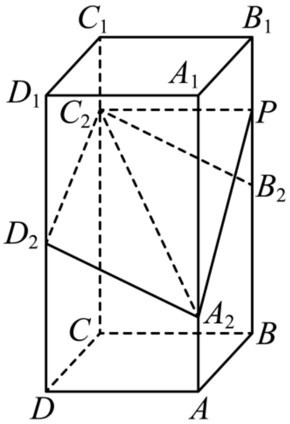
四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17. 已知在$\triangle ABC$中，$A+B=3C, 2\sin\left(A-C\right)=\sin B$．

（1）求$\sin A$；

（2）设$AB=5$，求AB边上的高.

18. 如图，在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=2,AA_1=4$．点A_2,B_2,C_2,D_2分别在棱AA_1,BB_1,CC_1，DD_1上，$AA_2=1,BB_2=DD_2=2,CC_2=3$.



（1）证明：$B_2C_2 // A_2D_2$；

（2）点P在棱BB_1上，当二面角$P-A_2C_2-D_2$为$150°$时，求B_2P.

19. 已知函数$f\left(x\right)=a\left(e^x+a\right)-x$.

（1）讨论$f\left(x\right)$的单调性；

（2）证明：当$a>0$时，$f\left(x\right)>2\ln a+\dfrac{3}{2}$.

20. 设等差数列$\left\{a_n\right\}$的公差为d，且$d>1$．令$b_n=\dfrac{n^2+n}{a_n}$，记S_n,T_n分别为数列$\left\{a_n\right\},\left\{b_n\right\}$的前$n$项和.

（1）若$3a_2=3a_1+a_3,S_3+T_3=21$，求$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（2）若$\left\{b_n\right\}$为等差数列，且$S_{99}-T_{99}=99$，求d.

21. 甲、乙两人投篮，每次由其中一人投篮，规则如下：若命中则此人继续投篮，若末命中则换为对方投篮．无论之前投篮情况如何，甲每次投篮的命中率均为0.6，乙每次投篮的命中率均为0.8．由抽签确定第1次投篮的人选，第1次投篮的人是甲、乙的概率各为0.5.

（1）求第2次投篮的人是乙的概率；

（2）求第i次投篮的人是甲的概率；

（3）已知：若随机变量X_i服从两点分布，且$P\left(X_i=1\right)=1-P\left(X_i=0\right)=q_i,i=1,2,\cdots,n$，则

$E\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)=\sum_{i=1}^{n} q_i$．记前$n$次（即从第1次到第$n$次投篮）中甲投篮的次数为$Y$，求$E(Y)$．

22. 在直角坐标系xOy中，点P到x轴的距离等于点P到点$\left(0,\frac{1}{2}\right)$的距离，记动点$P$的轨迹为$W$．

（1）求W的方程；

（2）已知矩形$ABCD$有三个顶点在W上，证明：矩形$ABCD$的周长大于$3\sqrt{3}$．